

1 Résoudre par la méthode du pivot les systèmes linéaires :

$$\begin{aligned} (S_1) \begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 2x - y + z = 1 \\ 3x + y + 2z = 4 \end{cases} ; (S_2) \begin{cases} 2x + 3y + 7z = 6 \\ x + y + 2z = 2 \\ 3x + 2y + 7z = 8 \end{cases} ; (S_3) \begin{cases} 2y + z = 2 \\ 2x + y = 1 \\ 2x + 3y + z - t = 4 \end{cases} ; \\ (S_4) \begin{cases} -x + 6y - z = 7 \\ 2x - 5y + 3z = 2 \end{cases} ; (S_5) \begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 3x - 5y + 4z = 0 \\ x + 17y + 4z = 0 \end{cases} ; (S_6) \begin{cases} 2x + 5y - 8z = 8 \\ 4x + 3y - 9z = 9 \\ 2x - 3y - 5z = 7 \\ x + 8y - 7z = 12 \end{cases} . \end{aligned}$$

Systèmes linéaires avec paramètres

2 Résoudre et discuter en fonctions de α réel les systèmes linéaires :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ 2x + 5y + z = 1 \\ 3x + 2y + 7z = \alpha \end{cases} (S_1) ; \begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ 2x + 2y + 4z = 4 \\ 4x + 4y + 8z = \alpha \end{cases} (S_2) ; \begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ 2x + 5y + z = 1 \\ \alpha x + \alpha y + 2z = 2 \end{cases} (S_3).$$

3 1. Donner en fonction de a, b et c la nature de l'ensembles des solutions du système

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = a \\ 4x + 5y + 6z = b \\ 7x + 8y + 9z = c \end{cases}$$

(on ne demande pas la résolution complète du système).

2. Résoudre complètement le système quand $(a, b, c) = (1, 2, 1)$ puis $(a, b, c) = (3, 2, 1)$.

4 Soit le système $(S) \begin{cases} x + y - z = a \\ 2x - y - 3z = b \end{cases}$.

Condition nécessaire et suffisante sur (a, b) pour que (S) admette au moins une solution. Si la condition est remplie, donner une description de l'ensemble des solutions.

5 Décrire en fonction de m l'ensemble des solutions du système $\begin{cases} mx + z = 1 \\ my + 4z = 4 \\ x + 2y + mz = 3 \end{cases}$.

6 Montrer que le système $\begin{cases} mx + y + mz = 2m \\ x + my + z = 2 \\ mx + y - mz = 0 \end{cases}$ a des solutions pour tout m .