Isométries

$\boxed{1}$ **1.** Montrer qu'une isométrie vectorielle du plan conserve les angles non orientés.

2. Montrer qu'une isométrie vectorielle positive du plan conserve les angles orientés qu'une isométrie vectorielle négative du plan transforme un angle orienté en son opposé.

$\boxed{2}$ **1.** Dans un plan vectoriel euclidien soient s_{D_1} et s_{D_2} les symétries orthogonales d'axes D_1 et D_2 tels que $\left(\widehat{D_1, D_2}\right) \equiv \theta\,(\pi)$.

Montrer que $s_{D_2} \circ s_{D_1} = r_{2\theta}$, rotation vectorielle d'angle 2θ.

2. Montrer que toute rotation vectorielle r_θ s'écrit d'une infinité de façons comme composée $s_{D_2} \circ s_{D_1}$ de deux symétries axiales, l'une d'entre elle étant arbitraire, l'autre étant définie par $\left(\widehat{D_1 D_2}\right) \equiv \frac{\theta}{2}\,(\pi)$.

$\boxed{3}$ Soit E un espace vectoriel euclidien de dimension 3.

1. Soient P_1 et P_2 deux plans vectoriels distincts de E.

Montrer que $P_1 \cap P_2$ est une droite vectorielle.

2. Soient s_{P_1} et s_{P_2} les reflexions de plans P_1 et P_2. Montrer que $s_{P_2} \circ s_{P_1}$ est une rotation dont on précisera les éléments caractéristiques.

3. Montrer que toute rotation vectorielle d'axe Δ se décompose d'une infinité de façons en une composée $s_{P_2} \circ s_{P_1}$ de deux réflexions par rapport à des plans P_1 et P_2 contenant Δ, l'un des plan étant arbitraire.