

TdDL1 Déterminer un équivalent simple des fonctions au voisinage de 0 :

- a. $\arctan(2x) - 2 \arctan(x)$;
- b. $x(2 + \cos x) - 3 \sin x$.

TdDL2 Calculer les développements limités à l'ordre n des fonctions suivantes au voisinage de 0 :

- a. $\operatorname{ch} x \sin x$ ($n = 5$) ;
- b. $\ln\left(\frac{1+x^2}{1+x}\right)$ ($n = 3$); 7
- c. $\frac{x}{\sin x}$ ($n = 4$) ;
- d. $\frac{\ln(1+x)}{1+x}$ ($n = 4$) ;
- e. $\frac{x}{e^x - 1}$ ($n = 4$) ;
- f. $\ln(1 + \sin x)$ ($n = 4$);
- g. $\frac{1}{\cos x}$ ($n = 5$);
- h. $(1+x)^{1/x}$ ($n = 3$) ;
- i. $\sqrt{1 + \sqrt{1+x^2}}$ ($n = 4$);
- j. $e^{\sqrt{1+x}}$ ($n = 3$).

TdDL3 Calculer les développements limités à l'ordre n au point a des fonctions suivantes

- a. $\ln(1 + \sqrt{1+x})$ ($n = 3, a = 0$) ;
- b. $\tan x$ ($n = 3, a = \frac{\pi}{4}$);
- c. $\arctan\left(\frac{\sqrt{3}+x}{1+x\sqrt{3}}\right)$ ($n = 4, a = 0$).

TdDL4 Calculer les limites des expressions au point a

- a. $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2}$ ($a = 0$) ;
- b. $\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)}$ ($a = 0$);
- c. $\left[\frac{\ln(1+x)}{\ln x}\right]^x$ ($a = +\infty$).

TdDL5 a. Montrer qu'il existe des réels a , b et c tels que $\frac{1}{e^x - 1} = \frac{a}{x} + b + cx + o(x^2)$ (on dit que le second membre est le *développement limité généralisé* de f en 0 à l'ordre 2).

b. Trouver les développements limités généralisés de f en 0 à l'ordre 2 des fonctions $\frac{1}{\sin x \tan x}$ et $\frac{1}{x \ln(1+x)}$.

TdDL6 Branches infinies. Etudier les branches infinies des fonctions f définies par :

- a. $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x + 1}$;

- b.** $f(x) = x(\ln(2x+1) - \ln(x))$;
- c.** $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$;
- d.** $f(x) = (2x^3 - x^2)e^{1/x}$.



Etude locale de courbes. Etudier le prolongement en a des fonctions suivantes, leur continuité dérivabilité et préciser l'allure de la courbe au voisinage de a :

- a.** $f(x) = \frac{2x \ln x}{x-1}$ ($a = 1$) ;
- b.** $f(x) = \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$ ($a = 0$).