$\boxed{1}$ Soient P le plan passant par le point $A\,(1,-1,0)$ et dirigé par les vecteurs $\vec{u}\,(2,1,-1)$ et $\vec{v}\,(1,4,1)$, et P' le plan passant par $B\,(1,2,1)$, $C\,(1,4,0)$ et $E\,(1,-1,3)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de P et P'.

2. Trouver $P \cap P'$.

$\boxed{2}$ Soit A un point du plan, $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un réel non nul. On cherche l'ensemble Γ des point M du plan tels que $\det\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{AM}\right) = k$.

1. Y-a-t-il des solution avec $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AM}$ colinéaires ?

2. Chercher une solution avec $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AM}$ orthogonaux.

3. En déduire l'ensemble Γ.

$\boxed{3}$ Soit le point $A\,(1,-1,1)$ et la droite D définie par les équations $\left\{\begin{array}{l} x-3y+2z=1 \\ 2x+y-3z=-1 \end{array}\right.$.

Trouver une équation cartésienne du plan P passant par A et D.

$\boxed{4}$ On considère une famille de droites D_m d'équations $(m-3)\,x+(m+1)\,y-2m+5=0$.

1. Existe t-il des points communs à toutes ces droites ?

2. Un réel a étant donné existe t-il des doites D_m de coefficient directeur a ?

$\boxed{5}$ Soient trois points I, J et K du plan. Montrer que :

$$I, J \text{ et } K \text{ alignés } \Longleftrightarrow \det\left(\overrightarrow{MI}, \overrightarrow{MJ}\right) + \det\left(\overrightarrow{MJ}, \overrightarrow{MK}\right) + \det\left(\overrightarrow{MK}, \overrightarrow{MI}\right) = 0.$$

$\boxed{6}$ Soit ABC un triangle équilatéral tel que $AB = a$.

1. Construire le barycentre G du système $(A,1)\,,(B,1)\,,(C,2)$.
Calculer GA^2, GB^2, GC^2 en fonction de a.

2. Exprimer $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ en fonction de MG et de a.

3. Trouver en fonction du réel k l'ensemble des points M vérifiant :

$$MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = k^2.$$

4. Trouver l'ensemble des points M vérifiant :

$$\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{AB} = 0.$$

Même question avec : $\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right) = 0.$

$\boxed{7}$ Soit ABC un triangle rectangle en A et isocèle tel que $AB = AC = a$. Soit m un paramètre réel.

1. Condition nécessaire et suffisante pour que le système $(A,2),(B,-1),(C,m)$ admette un barycentre G_m.

2. Construire G_0 et G_2 et vérifier que $G_0G_2 = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

3. Déterminer et construire l'ensemble des points M défini par :

$$\begin{aligned}
\Gamma_1 &= \left\{ M / \left\| 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right\| = \left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| \right\}, \\
\Gamma_2 &= \left\{ M / 2MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = a^2 \right\}.
\end{aligned}$$

(noter que Γ_2 passe par un point connu).

$\boxed{\mathbf{8}}$ Soit ABC un triangle avec $a = BC$, $b = CA$ et $c = AB$.

1. Soit A' le pied de la bissectrice intérieure issue de A. Montrer que :

$$\frac{A'B}{A'C} = \frac{c}{b}.$$

2. En déduire trois réel α, β et γ tels que le centre I du cercle inscrit au triangle ABC soit barycentre de $(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)$.

$\boxed{\mathbf{9}}$ Dans un plan muni d'un repère affine $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ soient les droites D_1 et D_2 d'équations respectives $x + y = 2$ et $x - 2y = 6$.

Déterminer les formules analytiques de :

1. La projection sur D_1 parallèlement à D_2;

2. La symétrie par rapport à D_1 parallèlement à D_2.

Dans les exercices suivant l'espace affine est muni d'un repère affine orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

$\boxed{\mathbf{10}}$ Reconnaître les applications affines définies par leurs formules analytiques :

1. $\left\{\begin{array}{l} x' = 3x + 1 \\ y' = 3y - 1 \\ z' = 3z + 4 \end{array}\right.$; **2.** $\left\{\begin{array}{l} x' = -x - 2y + 2z - 6 \\ y' = -x + z - 3 \\ z' = -2x - 2y + 3z - 6 \end{array}\right.$; **3.** $\left\{\begin{array}{l} x' = 5x + 2y - 2z + 2 \\ y' = -4x - y + 2z - 2 \\ z' = 8x + 4y - 3z + 4 \end{array}\right.$;

4. . $\left\{\begin{array}{l} x' = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 1 \\ y' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 1 \end{array}\right.$; **5.** $\left\{\begin{array}{l} x' = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z + 2 \\ y' = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}z - 2 \\ z' = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y + \frac{2}{3}z + 4 \end{array}\right.$

$\boxed{\mathbf{11}}$ **1.** Ecrire les formules analytiques de la projection orthogonale sur le plan P d'équation $x + 2y + 3z = 4$.

2. Ecrire les formules analytiques de la symétrie orthogonale par rapport au plan d'équation $x + 2y - z + 1 = 0$.

3. Ecrire les formules analytiques du demi-tour autour de la l'axe engendré le vecteur $\vec{u}\,(1,-1,1)$.