$\boxed{1}$ Montrer que la composée de deux injections est une injection.
Montrer que la composée de deux surjections est une surjection.

$\boxed{2}$ Soit f une application d'un ensemble E dans lui-même telle que $f \circ f = f$.
Montrer que si f est injective ou surjective alors $f = Id_E$.

$\boxed{3}$ Soient f et g deux applications de E dans F et de F dans G respectivement.
Montrer que :

a. $g \circ f$ injective $\Longrightarrow f$ injective.

b. $g \circ f$ surjective $\Longrightarrow g$ surjective.

$\boxed{4}$ Soient f et g deux applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Soit l'application F de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^2$ définie par $F(x) = (f(x), g(x))$.

a. Montrer que : f et g injective $\Longrightarrow F$ injective.

b. A t-on : f et g surjective $\Longrightarrow F$ surjective ?

$\boxed{5}$ Les applications f suivantes sont-elles injectives ? surjectives ? bijectives ? Si ce sont des bijections préciser leur bijections réciproques :

a. $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ définie par : $f(n) = n - 1$ si n impair et $f(n) = n/2$ si n pair;

b. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x^2 + 2x - 3$;

c. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = 3x - 2|x|$;

d. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \dfrac{1}{1 + e^{2x}}$;

e. $f : \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$;

f. $f : \mathbb{N}^2 \longrightarrow \mathbb{N}$ définie par : $f((m, n)) = m + 2n$;

g. $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}^2$ définie par : $f(n) = (n, n + 2)$;

h. $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ définie par : $f((x, y)) = (2x - y, x + 2y)$;

i. $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ définie par : $f((x, y)) = (x - 3y, -2x + 6y)$;

j. $f : \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R}^2$ définie par : $f(x, y) = \left(xy, \dfrac{x}{y}\right)$.

k. $f : \mathbb{N}^2 \longrightarrow \mathbb{N}$ définie par $f(n, p) = 2^n (2p + 1)$

$\boxed{6}$ Soit f une application d'un ensemble E dans un ensemble E'. Montrer que pour tout sous-ensembles A et B de E on a : $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.

$\boxed{7}$ Montrer les implications :

a. $\left\{\begin{array}{l} B - C \subset A \\ C - D \subset A \end{array}\right. \Longrightarrow B - D \subset A$; **b.** $\left\{\begin{array}{l} A \cap B = A \cap C \\ B - A = C - A \end{array}\right. \Longrightarrow B = C$;

c. $\left\{\begin{array}{l} A \cap B = A \cap C \\ A \cup B = A \cup C \end{array}\right. \Longleftrightarrow B = C.$

$\boxed{8}$ Montrer que pour tous sous-ensembles A, B et C d'un ensemble E on a :

$$A \cap (B - C) = A \cap B - A \cap C.$$